$\boxed{1}$　直角三角形の3辺の長さがすべて整数のとき、面積は2の整数倍であることを示せ。

$\boxed{2}$ (1)　$a,\ b$を整数とする。a^2+b^2が3で割り切れるならば、aとbはともに3で割り切れることを示せ。

(2)　$x^2+y^2=3$ を満たす有理数$x,\ y$ は存在しないことを証明せよ。

$\boxed{3}$ (1)　201^{20} の十億の位の数字を求めよ。

(2)　201^{20} を 4×10^7 で割ったときの余りを求めよ。

$\boxed{4}$　$a,\ b$ を正の整数とする。このとき、関数$y=\left|x^2-ax+\dfrac{a^2}{2}-5\right|$ のグラフと直線$y=b$ との共有点を考える。

(1)　共有点が3個になるような$(a,\ b)$ の組を全て求めよ。

(2)　共有点が1個になるような$(a,\ b)$ の組のうち、b が最小になるものを求めよ。

$\boxed{5}$ (1)　$l,\ m,\ n$ を3 以上の整数とする。

等式$\left(\dfrac{n}{m}-\dfrac{n}{2}+1\right)l=2$ を満たす$l,\ m,\ n$ の組をすべて求めよ。

(2)　等式$m^3-m^2n+(2n+3)m-3n+6=0$ を満たす自然数 $m,\ n$ の組の総数は$\boxed{}$である。

$\boxed{6}$　$x,\ y,\ z,\ p$ は自然数で

$$xy+yz+zx=pxyz,\quad x\leqq y\leqq z\quad \cdots\cdots①$$

を満たしている。

(1)　$p\leqq 3$ を示せ。

(2)　① を満たす自然数の組$(p,\ x,\ y,\ z)$ をすべて求めよ。

$\boxed{7}$　n を4以上の整数とする。

(1)　$(n+1)(3n^{-1}+2)(n^2-n+1)$ と表される数をn 進法の小数で表せ。

(2)　3進法$21201_{(3)}$ をn 進法で表すと$320_{(n)}$ となるようなn の値を求めよ。

(3)　正の整数Nを3倍して7進法で表すと3桁の数$abc_{(7)}$ となり、Nを4倍して8進法で表すと3桁の数$acb_{(8)}$ となる。各位の数字$a,\ b,\ c$ を求めよ。また、Nを10進法で表せ。

$\boxed{8}$　自然数$m,\ n$ に対して$x=8m+n,\ y=5m+2n$ とおく。$x,\ y$ の最大公約数をd とする。

(1)　$m,\ n$ が互いに素ならば、$d=1$ または$d=11$ であることを示せ。

(2)　$m=2$ のとき、 $d=11$ となる最小の自然数n を求めよ。

$\boxed{9}$　$(ax+b)^{20}$ の展開式において、$x^k\ (0\leqq k\leqq 20)$ の係数をc_k とする。ただし、a とb は$2b<a$ を満たす自然数であり、a^2 とb^2 の差は225 である。このとき、

(1)　a の値は$\boxed{}$ 、b の値は$\boxed{}$ である。

(2)　$2c_k=c_{k-1}$ であるとき、 k の値は$\boxed{}$ である。

$\boxed{10}$ (1)　10進法で表された整数147を、5進法と8進法で表せ。

(2)　5進法により2桁で表された正の整数で、8進法で表すと2桁になるものを考　　える。このとき、8進法で表したときの各位の数の並びは5進法で表された　　ときと逆順にはならないことを示せ。

(3)　5進法により3桁で表された正の整数で、8進法で表すと3桁になるものを考　　える。このとき、8進法で表したときの各位の数の並びが5進法で表された　　ときの各位の並びと逆順になるものをすべて求め10進法で表せ。