1 半径1の円に内接する正五角形$ABCDE$の1辺の長さをaとし、$\alpha=\frac{2}{5}\pi$とおく。

(1) $\sin 3\alpha+\sin 2\alpha=0$が成り立つことを証明せよ。

(2) $\cos\alpha$の値を求めよ。

(3) aの値を求めよ。

(4) 線分ACの長さを求めよ。

2 正三角形ABCが半径1の円に内接しているものとする。Pは点A, Bと異なる点で、A, Bを両端とし点Cを含まない弧の上を動くものとする。

(1) $\angle PBA=\theta$とおくとき、PA, PB, PCをそれぞれθを用いて表せ。また、$PA+PB+PC$の最大値を求めよ。

(2) $PA^2+PB^2+PC^2$を求めよ。

3 半径$OA=OB=1$、中心角$\angle AOB=2\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$の扇形$OAB$に内接し、その2辺が弦$AB$と平行であるような長方形$PQRS$について考える。頂点$P$と$Q$は弧$AB$上に、残りの2頂点はそれぞれ辺$OA$と$OB$上にあるとして、$\angle POQ=2\alpha$とする。

(1) 長方形$PQRS$の面積を、αとθの三角比を用いて表せ。

(2) 長方形$PQRS$の面積が最大になるときのαをθで表せ。

(3) $\theta=\frac{\pi}{3}$のとき、長方形$PQRS$の面積の最大値を求めよ。

4 (1) $0\leqq x<\frac{\pi}{2}$とする。方程式$1+\cos x-\sin x-\tan x=0$を満たすxのは値は$\boxed{}$であり、不等式$|\cos x-\sin x|\leqq\frac{\sqrt{2}}{2}$を満たす$x$の範囲は$\boxed{}$である。

(2) (ｱ) $\sin\theta=\frac{1}{5}$であるとき、$\sin 3\theta$の値を求めよ。

(ｲ) $0\leqq x\leqq\pi$とする。このとき、

$$-2\sin 3x-\cos 2x+3\sin x+1\leqq 0$$

を満たすようなxの値の範囲を求めよ。

5 $\triangle ABC$の3辺の長さがそれぞれ$AB=5$, $BC=7$, $AC=4\sqrt{2}$であるとする。この三角形の$\angle ABC$の大きさをBで表すと$\cos B=\boxed{}$であり、$\triangle ABC$の外接円の半径Rは、$R=\boxed{}$である。また、$\angle ABC$の二等分線と$\triangle ABC$の外接円の交点でBと異なる点をDとする。このとき、$AD=\boxed{}$であり、さらに$\triangle ABC$の外接円の中心をOとすると、$\triangle AOD$の面積は$\boxed{}$となる。

6 $\triangle ABC$の3つの角$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$のそれぞれの大きさをA, B, Cとする。

(1) $\cos A+\cos B=2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$を余弦の加法定理から導け。

(2) (1)の結果を用いて$\cos A+\cos B\leqq 2\sin\frac{C}{2}$を示せ。また、等号が成り立つのはどのようなときか。

(3) (2)の結果を用いて$\cos A+\cos B+\cos C$が最大になるとき、A, B, Cを求めよ。

7 三角形ABCは$AC=\sqrt{5}$, $BC=2\sqrt{5}$, $\angle C=90^\circ$の直角三角形である。辺BC上の点Dを$CD=\frac{\sqrt{5}}{2}$となるようにとり、Bから直線ADに下ろした垂線をBHとする。このとき、$\angle BAH=\alpha$とすると、$\cos\alpha=\boxed{}$であり、$AH=\boxed{}$となる。

8 θが$-\frac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$の範囲を動くとき、座標平面上の直線$y=(\sin\theta)x+\cos\theta$上の点$(x, y)$について、不等式$-|x|\leqq y\leqq\sqrt{x^2+1}$が成り立つことを示せ。

9 aを実数の定数とする。xについての方程式$4\sin^2 x-a\sin x+1=0$ $(0\leqq x\leqq\pi)$は4つの相異なる解をもち、そのうち2つの解x_1, x_2 $(x_1<x_2)$の差が$\frac{\pi}{2}$である。

(1) $\sin x_1=\sin x_2$のとき、$a=\boxed{}\sqrt{\boxed{}}$である。

(2) $\sin x_1\neq\sin x_2$のとき、$a=\boxed{}\sqrt{\boxed{}}$であり、4つの解のうち、最も大きい解は$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\pi$である。