

- 1 曲線  $y=2x^2$  を  $C_1$  とし、 $C_1$  上の点  $(1, 2)$  における接線を  $L$  とする。2点  $(1, 2), (3, 2)$  を通り、点  $(1, 2)$  における接線が  $L$  となる曲線  $y=ax^2+bx+c$  を  $C_2$  とする。ただし、 $a, b, c$  を定数とする。このとき、次の問いに答えよ。
- (1) 接線  $L$  の方程式を求めよ。
  - (2)  $a, b, c$  の値を求めよ。
  - (3)  $k > 0$  を定数とし、曲線  $C_2$  と直線  $y=kx$  が異なる2点で交わる時、次の(i)、(ii)に答えよ。
    - (i) 2交点の  $x$  座標  $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$  を  $k$  を用いて表せ。
    - (ii) 直線  $y=kx$  と曲線  $C_1$  で囲まれた図形の面積を  $S_1$  とし、直線  $y=kx$  と曲線  $C_2$  で囲まれた図形の面積を  $S_2$  とする。  $S_1=S_2$  のとき  $k$  の値を求めよ。
- 2 実数  $x, y$  が  $x^3+y^3+xy-3=0$  を満たすとする。  $s=x+y, t=xy$  とおくと、 $t$  は  $s$  を用いて  $t = \square$  と表せる。さらにこのとき  $s$  の取り得る値の範囲は  $\square$  である。
- 3 放物線  $C: y=x^2-2(\cos\theta)x+a+\cos^2\theta$  は点  $(0, 2+\sin(\theta-\sin^2\theta))$  を通る。ただし、 $a$  と  $\theta$  は実数である。 $\theta$  を  $0 \leq \theta \leq \pi$  の範囲で動かすとき、 $C$  の頂点の軌跡を  $D$  とする。以下設問(1)~(4)に答えよ。
- (1)  $a$  を  $\theta$  を用いて表せ。
  - (2)  $C$  の頂点の座標を  $\theta$  を用いて表せ。
  - (3)  $D$  を座標平面上に図示せよ。
  - (4) 点  $(x, y)$  が  $D$  上にあるとき、 $x+y$  の値の範囲を定めよ。
- 4 関数  $f(x)=2x^2+2x+1 \left(x \geq -\frac{1}{2}\right)$  の逆関数を  $g(x)$  とする。
- (1) 関数  $g(x)$  の定義域を求めよ。
  - (2)  $g(x)$  を求めよ。
  - (3) 曲線  $y=g(x)$  上の点と直線  $y=2x-1$  の距離の最小値を求めよ。また、その最小値を与える  $y=g(x)$  上の点を求めよ。
- 5 (1)  $xy$  平面上に、曲線  $xy=3x+2y-5$  のグラフをかけ。  
 (2)  $0 < x \leq a, 0 < y$  である  $x, y$  が上の式を満たすとき、 $x+y$  が最大値を持つための  $a$  の条件を求めよ。また、そのときの最大値も求めよ。

- 6 曲線  $y=\sqrt{x+2}$  と直線  $y=x+a$  が共有点をもつとき、定数  $a$  のとりうる値の範囲は  $\square$  であり、共有点の数が2個でかつ、その共有点の  $y$  座標がともに正であるとき、 $a$  のとりうる値の範囲は  $\square$  である。
- 7  $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$  と  $g(x)=\frac{x-2}{x-1}$  の合成関数を  $f(g(x))=\frac{ax+b}{2x+c}$  とする。定数  $a, b, c$  を求めよ。
- 8  $a, k$  を実数とする。実数  $x$  についての方程式  $|x-1|-ax+k^2+ak-2=0$  が、定数  $a$  がどのような実数であっても必ず解をもつような  $k$  の最大値は  $\square$  である。
- 9  $xy$  平面上に、 $x$  の2次関数  $y=-x^2+ax+2a-3$  のグラフがある。このグラフが  $0 \leq x \leq 2$  において  $x$  軸と少なくとも1つの共有点をもつとき、 $a$  の値の範囲は  $\square$  である。
- 10 実数  $x, y, z$  が次の3つの等式  $x+y+z=0, x^3+y^3+z^3=3, x^5+y^5+z^5=15$  を満たしている。 $x^2+y^2+z^2=a$  とおくと、次の問いに答えよ。
- (1)  $xy+yz+zx$  を  $a$  を用いて表せ。
  - (2)  $xyz$  の値を求めよ。
  - (3)  $a$  の値を求めよ。