1　直線l: $y=-x+k$ と楕円C: $x^2+4y^2=1$ を考える。l とC が異なる２点P, Q で交わるようなk の範囲は$\boxed{}$である。このとき、$P(x_1,\ y_1)$，$Q(x_2,\ y_2)$ とすると、$x_1+x_2=\boxed{}$，$y_1+y_2=\boxed{}$ であり、線分PQ の中点M の座標は $\left(\boxed{},\ \boxed{}\right)$ である。したがって、M は直線$y=\boxed{}$ 上にある。

2　O を原点とする座標平面における曲線C: $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 上に、点$P\left(1,\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ をとる。

(1)　C の接線で直線OP に平行なものをすべて求めよ。

(2)　点Q がC 上を動くとき、$\triangle OPQ$ の面積の最大値と、最大値を与えるQ の座標をすべて求めよ。

3　xy 平面において、次の式が表す曲線をC とする。

$$x^2+4y^2=1,\ x>0,\ y>0$$

P をC 上の点とする。P でC に接する直線をl とし、P を通りl と垂直な直線をm として、x 軸とy 軸とm で囲まれてできる三角形の面積をS とする。P がC 上の点全体を動くとき、S の最大値とそのときのP の座標を求めよ。

4　座標平面上に点$A(-3,\ 1)$ をとる。実数t に対して、直線$y=x$ 上の2点B, C を$B(t-1,\ t-1)$，$C(t,\ t)$ で定める。2点A, B を通る直線をl とする。点C を通り、傾き-1 の直線をm とする。このとき、次の問に答えよ。

(1)　l とm が交点をもつためのt の必要十分条件を求めよ。

(2)　t が(1)の条件を満たしながら動くとき、l とm の交点の軌跡を求めよ。

5　a, h を正の定数とする。xy 平面上の原点$O(0,\ 0)$ からの距離と直線$x=-a$ からの距離の比が$h:1$ である点P の軌跡をC とする。

(1)　点P の極座標を$(r,\ \theta)$ とするとき、軌跡C を極方程式を表せ。

(2)　C 上の4点Q, R, S, T を考える。線分QR とST が原点で直交しているとき、$\dfrac{1}{QR}+\dfrac{1}{ST}$ の値が4点の選び方によらず一定となることを示せ。

(3)　$0<h<1$ のとき、C をx とyの方程式で表せ。また、C がどのような図形となるか述べよ。

6　xy 平面において、次の式が表す曲線をC とする。

$$x^2+y^2=1,\ \ x>0,\ \ y>0$$

P をC 上の点とする。P でC に接する直線をl とし、P を通りl と垂直な直線をm として、x 軸とy 軸とm で囲まれてできる三角形の面積をS とする。P がC 上の点全体を動くとき、S の最大値とそのときのP の座標を求めよ。

7　α を複素数とする。複素数z の方程式

$$z^2-\alpha z+2i=0\quad\cdots\cdots①$$

について、次の問に答えよ。ただし、i は虚数単位である。

(1)　方程式①が実数解をもつようにα が動くとき、点α が複素数平面上に描く図形を図示せよ。

(2)　方程式①が絶対値1の複素数を解にもつようにα が動くとする。原点を中心にαを$\dfrac{\pi}{4}$回転させた点を表す複素数をβ とするとき、点β が複素数平面上に描く図形を図示せよ。

8　座標空間において、xy 平面上にある双曲線$x^2-y^2=1$ のうち$x\geqq 1$ を満たす部分をC とする。また、z 軸上の点$A(0,\ 0,\ 1)$ を考える。点P がC 上を動くとき、直線AP と平面$x=d$ との交点の軌跡を求めよ。ただし、d は正の定数とする。